אוניברסיטת ת"א

סמסטר א' תש"ע

מבני נתונים – תרגיל מס. 2

1. ניתחנו בתרגול את ה- amortized cost של מונה בינארי אינסופי עם פעולת Increment.
   א. נוסיף פעולת Reset שמאפסת את כל הביטים. כיצד ניתן לממש את המונה כך שזמן הריצה ה-amortized לפעולה יהיה O(1) בכל סדרה של n פעולות Increment ו-Reset על מונה שערכו ההתחלתי 0?
   ב. הראו שאם מוסיפים למונה בן k סיביות פעולת Decrement (חיסור), העלות לביצוע n פעולות עשויה להגיע עד Θ(nk).

2. בכיתה ראיתם מימוש של מחסנית ע"י מערך: כאשר רוצים להכניס איבר חדש למערך מלא, מקצים מערך חדש שגודלו כפול מהנוכחי ומעתיקים אליו את המערך הישן.
   המקום שנדרש במימוש זה אינו ליניארי במספר האיברים במחסנית (המערך לעולם אינו קטן).
   לכן, נשנה את המימוש באופן הבא: אם פחות ממחצית מאיברי המערך מלאים, נקצה מערך חדש שגודלו מחצית מגודל המערך הקודם ונעתיק אליו את המערך הישן.
   א. מצאו רצף של n פעולות שלוקח $\Theta(n^2)$ זמן במימוש החדש.
   ב. נשנה את המימוש כך שהמערך החדש יוקצה רק כאשר פחות מרבע מהמערך מלא. גודל המערך החדש שיוקצה הוא עדיין מחצית מגודל מהערך הישן, משמע מחצית מתאי המערך מלאים מיד לאחר ההעתקה.
   הוכיחו שבמימוש זה עלות הזמן של כל רצף של n פעולות המתחיל במחסנית ריקה היא O(n).

3. מצאו סדר הגודל של נוסחאות הרקורסיה הבאות (תנאי הקצה מושמטים).
   א. $T(n)=T(n-a)+T(a)+1$ (a קבוע)
   ב. $T(n)=T(\sqrt{n})+1$
   ג. $T(n)=4T(\frac{n}{2})+n^2$
   ד. $T(n)=4T(\frac{n}{2})+n^3$
   ה. $T(n)=T(cn)+T((1-c)n)+1$ (c קבוע, 0 < c < 1)
   ו. $T(n)=T(9n/10)+n$

4. נסתכל באלגוריתם המיון הבא:

// Sorts the entries I through j in the array A

Sort(A, i, j)

$if\ \ j = i+1\ then$

$\quad if\ \ A[j] < A[i]\ then\ A[j] \leftrightarrow A[i]$

$\quad return;$

$end\ if;$

$length \leftarrow j - i + 1$

$Sort(A, i, \lceil j - length/3 \rceil)$

$Sort(A, \lfloor i + length/3 \rfloor, j)$

$Sort(A, i, \lceil j - length/3 \rceil)$

$return;$

א. הוכיחו את נכונות האלגוריתם. הסימון $\lceil x \rceil$ משמעו ערך עליון של , והסימון $\lfloor x \rfloor$ משמעו ערך תחתון של x.

ב. מהי סיבוכיות זמן הריצה האסימפטוטית?